

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (2+2+3+3 Pkt.): Seien $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$ und $B = (b_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$ die reellen 3×3 -Matrizen mit $a_{ij} = i \cdot j$ und $b_{ij} = \frac{i}{j}$. Geben Sie die Matrizen A und B an und berechnen Sie AB sowie BA .

Aufgabe 2 (3+2+2+3 Pkt.): Sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 1/4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie A^2, A^3, A^4 und A^{27} .
(Erinnerung: $A^n := \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n\text{-mal}}$).

Aufgabe 3 (3+3+4 Pkt.): Für Konstanten $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ seien

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & c \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 \\ f & e & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie A^p, B^p für $p \in \{2, 3, 4\}$ und $(A + B)^2$.

Aufgabe 4 (Multiple Choice, jeweils 2 Pkt.): Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort:

- (a) Für Matrizen A und B ist $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.
- (b) Für 3×2 -Matrizen A und B ist AB definiert.
- (c) Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Nullmatrix. Wenn $A \cdot B = \mathbf{0} = B \cdot A$ gilt, folgt $A = \mathbf{0}$ oder $B = \mathbf{0}$.
- (d) Für jede Matrix A ist AA^T quadratisch (d.h. Anzahl der Zeilen = Anzahl der Spalten).
- (e) Für Matrizen $A \neq \mathbf{0}, B$ und C gilt: $AB = AC \Rightarrow B = C$.